

## APLIKASI METODE ADAMS BASHFORTH-MOULTON (ABM) PADA MODEL PENYAKIT KANKER

**Kuzairi<sup>1</sup>, Tony Yulianto<sup>2</sup>, Lilik Safitri<sup>3</sup>**

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Madura (UIM)  
Jl. Bettet No. 04, Pamekasan, Madura 60111 Indonesia  
Email: Kuzairi81@gmail.com<sup>1</sup>, liliksafitri@yahoo.co.id<sup>2</sup>

### Abstrak

Kanker merupakan penyakit yang mematikan yang ditandai dengan pertumbuhan sel-sel yang abnormal, pertumbuhan tersebut berlangsung terus – menerus sehingga terbentuklah tumor. Tumor dibagi menjadi dua bagian yaitu tumor jinak dan tumor ganas. Tumor ganas merupakan istilah umum untuk penyakit kanker. Penyakit kanker mempunyai model matematika berupa sistem persamaan differensial, untuk itu dibutuhkan sebuah metode untuk mendapatkan solusi dari sistem persamaan differensial tersebut. Metode yang digunakan adalah metode numerik yakni metode *Adams Bashforth Moulton (ABM)* orde satu, dua, tiga, dan empat. Dari hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa pada permasalahan model penyakit kanker, metode ABM orde tiga lebih baik dibandingkan metode ABM orde satu, orde dua, dan orde empat. Hal ini dapat dilihat pada grafik simulasi menggunakan ABM orde tiga, menunjukkan bahwa seiring bertambahnya waktu populasi sel kekebalan efektor ( $E$ ) dan populasi molekul efektor ( $C$ ) semakin meningkat kemudian stabil. Populasi sel kekebalan efektor ( $E$ ) stabil pada angka 33.3336, sedangkan populasi molekul efektor ( $C$ ) stabil pada lingkup angka 33.333, dikatakan berada pada lingkup 33.333 karena perubahan populasi molekul efektor ( $C$ ) tidak dapat diketahui dengan pasti. Sedangkan populasi sel kanker ( $T$ ) tetap bernilai 0 pada tiap iterasi (stabil) yakni tetap berada dalam kondisi bebas kanker.

**Kata Kunci:** Kanker, Metode Adams Bashforth-Moulton (ABM), Konvergensi, Stabilitas, Konsistensi

### Abstract

Cancer is a deadly disease that is characterized by the growth of abnormal cells, the growth is ongoing, forming a tumor. Tumors are divided into two parts, namely benign and malignant tumors. Malignant tumors are a general term for cancer. The disease of cancer has a mathematical model in the form of a system of differential equations, for it required a method to obtain the solution of the system of differential equations. The method used is the method of numerical methods Bashforth Adams Moulton (ABM) order one, two, three, and four. From the results of this study concluded that the method ABM order three better than the method ABM first order, second order and fourth order at issue models of cancer, It can be seen in the graphic simulation using ABM order three, it shows that increasing time population of immune effector cells ( $E$ ) and a population of effector molecules ( $C$ ) increased and then stabilized. The population of immune effector cells ( $E$ ) stabilized at 33.3336, while the population of the effector molecule ( $C$ ) is stable in the scope of the numbers 33,333, 33,333 are said to be in scope for changes in population effector molecule ( $C$ ) can not be known with certainty. While the population of cancer cells ( $T$ ) remains at 0 at each iteration (stable) remains in a state that is free of cancer.

**Keywords:** Cancer, Differential Equation System, Adams Bashforth-Moulton (ABM) Method, Convergence, Stability, Consistency

## 1. PENDAHULUAN

Kanker merupakan salah satu penyakit yang mematikan yang ditandai dengan pertumbuhan sel-sel abnormal dan membelah secara terus-menerus. Pembelahan secara terus-menerus tersebut menjadi tidak terkendali dan membentuk sel-sel tumor. Sel-sel tumor kemudian menginvasi bagian di sekitarnya dan bermetastase ke jaringan dan organ-organ lain yang ada di dalam tubuh. Tumor dibagi menjadi dua golongan besar yaitu tumor jinak (benign) dan tumor ganas (malignant). Kanker merupakan istilah umum untuk tumor ganas [6].

Menurut data Globocan (IARC) tahun 2012 diketahui bahwa kanker payudara merupakan penyakit kanker dengan persentase kasus baru (setelah dikontrol oleh umur) tertinggi, yaitu sebesar 43,3%, dan persentase kematian (setelah dikontrol oleh umur) akibat kanker payudara sebesar 12,9%. Kanker paru-paru tidak hanya merupakan jenis kanker dengan kasus baru tertinggi dan penyebab utama kematian akibat kanker pada penduduk laki-laki, namun kanker paru juga memiliki persentase kasus baru cukup tinggi pada penduduk perempuan, yaitu sebesar 13,6% dan kematian akibat kanker paru-paru sebesar 11,1%. Data Globocan tersebut menunjukkan bahwa kasus baru dan kematian akibat kanker hati pada penduduk laki-laki maupun perempuan memiliki persentase yang hampir berimbang, sedangkan kanker payudara dan kanker prostat memiliki persentase kematian yang jauh lebih rendah dibandingkan dengan persentase kasus baru, sehingga jika penyakit kanker tersebut dapat dideteksi dan ditangani sejak dini maka kemungkinan sembuh akan lebih tinggi [3].

Model matematika yang dapat digunakan untuk memodelkan penyakit kanker adalah model matematika KP yang dikembangkan oleh Kirschner dan Panneta [4]. Model matematika KP termasuk model matematika non linear sehingga sulit diselesaikan dengan metode analitik. Hal tersebut menyebabkan perlu adanya metode numerik yang digunakan untuk mempermudah penelitian ini. Metode Numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi

perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode artinya cara, sedangkan numerik artinya angka. Jadi metode numerik secara harfiah berarti cara berhitung dengan menggunakan angka-angka [5]. Metode numerik yang digunakan pada penelitian ini adalah metode Adams Bashforth-Moulton dan Runge Kutta.

Metode Adams Bashforth-Moulton merupakan metode numerik yang memiliki banyak langkah (multi step) atau biasa disebut sebagai metode predictor-korektor karena dalam penyelesaiannya digunakan persamaan prediktor dan persamaan korektor. Metode Adams Bashforth-Moulton dapat digunakan tanpa harus mencari turunan-turunan fungsinya terlebih dahulu, melainkan langsung menggunakan persamaan prediktor-korektor, karena metode ini banyak langkah (multi step), maka dibutuhkan beberapa solusi awal yang dapat diperoleh dari metode one step menggunakan metode Runge-Kutta [1]. Metode Runge-Kutta adalah alternatif dari metode deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi  $f(x, y)$  pada titik terpilih dalam setiap selang langkah. Metode Runge-Kutta adalah metode PDB yang paling populer karena banyak dipakai dalam praktek [5].

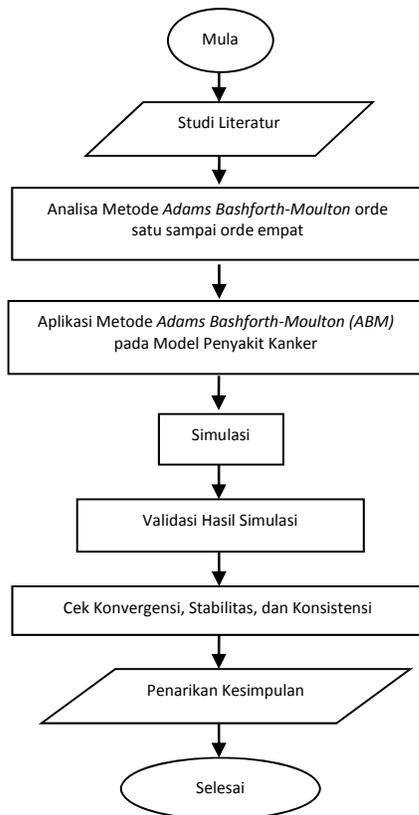
## 2. BAHAN DAN METODE

### 2.1 Bahan Dan Alat

Dalam penelitian menggunakan windows 7 dan software pendukung komputasi yaitu Matlab R2009a, jaringan wifi dan koneksi internet.

### 2.2 Metode

Pada sub bab ini akan dijelaskan tentang metode yang digunakan dalam penelitian ini disertai dengan pustaka yang mendasari teori dalam penelitian ini, seperti penelitian sebelumnya, pengertian Kanker dan Metode *Adams Bashforth-Moulton (ABM)*. Adapun untuk langkah-langkah dalam penelitian ini dapat dilihat dalam Gambar 1.



Gambar 1. Flowchart Penelitian

### 2.3 Penelitian Sebelumnya

Berdasarkan peneliti Yanse [8] dengan penelitian yang berjudul “Efektivitas Metode Adams Bashforth-Moulton Order Sembilan dalam Menganalisis Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD)” menghasilkan formula metode Adams Bashforth-Moulton order sembilan yang dapat digunakan sebagai acuan bagi peneliti lain untuk menemukan formula metode Adams Bashforth-Moulton dengan order yang lebih tinggi.

Sedangkan untuk penelitian yang dilakukan oleh Apriadi, Prihandono, dan Noviani [1] dengan penelitian yang berjudul “Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linear” menyatakan bahwa solusi dari masalah nilai awal dengan menggunakan metode Adams Bashforth-Moulton orde empat adalah berbentuk  $y_{n+1}$ . Langkah awal yang dilakukan adalah menggunakan metode

Runge-Kutta orde empat untuk memperoleh tiga solusi awal  $y_n, y_{n-1}$ , dan  $y_{n-2}$  pada titik sebelum  $x_{n+1}$ . Kemudian digunakan metode Adams Bashforth-Moulton orde empat untuk memprediksi nilai  $y_{n+1}$ . Kemudian nilai prediksi tersebut diperbaiki menggunakan metode Adams-Moulton orde empat.

### 2.4 Pengertian Kanker

Penyakit kanker adalah penyakit yang timbul akibat pertumbuhan tidak normal sel jaringan tubuh yang berubah menjadi sel kanker, sedangkan tumor adalah kondisi dimana pertumbuhan sel tidak normal sehingga membentuk suatu lesi atau dalam banyak kasus, benjolan di tubuh. Tumor terbagi menjadi dua, yaitu tumor jinak dan tumor ganas. Tumor jinak memiliki ciri-ciri, yaitu tumbuh secara terbatas, memiliki selubung, tidak menyebar dan bila dioperasi dapat dikeluarkan secara utuh sehingga dapat sembuh sempurna, sedangkan tumor ganas memiliki ciri-ciri, yaitu dapat menyusup ke jaringan sekitarnya, dan sel kanker dapat ditemukan pada pertumbuhan tumor tersebut [3].

Penyakit kanker merupakan penyebab kematian utama di seluruh dunia. Pada tahun 2012, sekitar 8,2 juta kematian disebabkan oleh kanker. Kanker paru-paru, hati, perut, kolorektal, dan kanker payudara adalah penyebab terbesar kematian akibat kanker setiap tahunnya. Pada setiap tahunnya terdapat lebih dari 60% seseorang terjangkit kanker dan sekitar 70% terjadi kematian akibat kanker setiap tahunnya yang terjadi di Afrika, Asia, dan Amerika Tengah dan Selatan. Diperkirakan kasus kanker tahunan akan meningkat dari 14 juta pada 2012 menjadi 22 juta dalam dua dekade berikutnya, sehingga penanganan pengobatan kanker harus dilakukan dengan tepat [3].

### 3. Model Matematika Penyakit Kanker

Berikut ini model yang dikembangkan Kirschner dan Panneta (1998) yang dikenal dengan model KP [4].

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E} = cT - \mu E + p \frac{EC}{g+c} + s \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dt} = \dot{T} = rT(1 - bT) - \frac{aET}{g+T} \quad (2)$$

$$\frac{dC}{dt} = \dot{C} = \frac{pET}{g+T} + s - \mu C \quad (3)$$

### 3.1 Persamaan *Predictor* Metode Adams Bashforth–Moulton

- a. Persamaan *Predictor* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Satu :

$$y_{r+1} = y_r + h f_r$$

- b. Persamaan *Predictor* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Dua :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{2} [-f_{r-1} + 3f_r]$$

- c. Persamaan *Predictor* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Tiga :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{12} (5f_{r-2} - 16f_{r-1} + 23f_r)$$

- d. Persamaan *Predictor* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Empat :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{24} (-9f_{r-3} + 37f_{r-2} - 59f_{r-1} + 55f_r)$$

### 3.2 Persamaan *Corrector* Metode Adams Bashforth–Moulton

- a. Persamaan *Corrector* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Satu :

$$y_{r+1} = y_r + h f_{r+1}$$

- b. Persamaan *Corrector* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Dua :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{2} (f_r + f_{r+1})$$

- c. Persamaan *Corrector* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde tiga :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{12} (-f_{r-1} + 8f_r + 5f_{r+1})$$

- d. Persamaan *Corrector* Metode Adams Bashforth-Moulton Orde empat :

$$y_{r+1} = y_r + \frac{h}{24} (f_{r-2} - 5f_{r-1} + 19f_r + 9f_{r+1})$$

### 3.3 Konvergensi, Stabilitas, dan Konsistensi

Kesuksesan solusi numerik diukur berdasar kriteria konvergensi, konsistensi,

serta stabilitas. Konvergensi berhubungan dengan besarnya penyimpangan solusi pendekatan oleh metode numerik terhadap solusi eksak atau solusi analitik (*closed form*) [7].

Konvergensi, konsistensi, dan stabilitas pada metode beda hingga akan dijelaskan sebagai berikut:

- a. Konvergensi pada Metode Beda Hingga  
Kriteria konvergen dipahami sebagai kriteria dimana solusi metode beda hingga (tanpa hadirnya *round off error*) merupakan solusi pendekatan PDP, jika  $h \rightarrow 0$  dan  $\Delta t \rightarrow 0$ .

- b. Stabilitas pada Metode Beda Hingga  
Ada dua kriteria lain yang diasosiasikan dengan kriteria konvergen, yaitu: stabilitas dan konsistensi. Kriteria stabilitas merupakan kondisi perlu dan cukup agar diperoleh solusi konvergen, sedang kriteria konsistensi merupakan kondisi ideal dimana solusi metode beda hingga sesuai dengan solusi PDP yang diharapkan. Terminologi stabilitas menunjukkan karakteristik persamaan differensial tertentu jika  $\Delta t \rightarrow 0$  serta berhubungan dengan amplifikasi solusi selama proses komputasi. Jika amplifikasi solusi semakin besar, maka proses komputasi akan divergen dan tidak memperoleh hasil (tidak konvergen). Bisa jadi solusi divergen ini dipengaruhi oleh amplifikasi yang terlalu besar selama komputasi. Di lain pihak, amplifikasi yang besar belum tentu tidak menghasilkan solusi konvergen. Amplifikasi yang sangat besar menunjukkan bahwa stabilitas komputasi sangat rendah.

- c. Konsistensi pada Metode Beda Hingga  
*Terminologi* konsistensi menunjukkan bahwa solusi dengan metode beda hingga merupakan pendekatan solusi PDP analitik seperti diharapkan, bukan solusi persamaan yang lain. Jika  $h \rightarrow 0$  dan  $\Delta t \rightarrow 0$ , maka solusi dengan metode beda hingga sama dengan solusi analitik PDP. Pada umumnya solusi dengan metode beda hingga akan sesuai solusi PDP, sehingga kriteria konsistensi dengan sendirinya terpenuhi (*taken for granted*).

**4. HASIL DAN PEMBAHASAN**

**4.1 Algoritma penyelesaian metode Adams Bashforth-Moulton (ABM)**

Berikut ini algoritma penyelesaian metode Adams Bashforth-Moulton (ABM) orde satu :

$$\begin{aligned}
 f_{1(n)} &= f_{1(0)} = cT_0 - \mu E_0 + p \frac{E_0 C_0}{g+C_0} + s \\
 &= 0,05(0) - 0,03(33,333) + \\
 &0,1245 \frac{33,333(33,333)}{10^5+33,333} + 1 \\
 &= 0,001392844 \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{2(n)} &= f_{2(0)} = rT_0(1 - bT_0) - \frac{aE_0 T_0}{g + T_0} \\
 &= 0,18(0)(1 - 10^{-9}(0)) \\
 &\quad - \frac{1(33,333)(0)}{10^5 + 0} \\
 &= 0 \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{3(n)} &= f_{3(0)} = \frac{pE_0 T_0}{g + T_0} + s - \mu C_0 \\
 &= \frac{0,1245(33,333)(0)}{10^5 + 0} + 1 \\
 &\quad - 0,03(33,333) \\
 &= 10^{-5} \quad (6)
 \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (4), (5), dan (6) ke dalam masing-masing metode AB (Prediktor) berikut :

$$E_{n+1}^{(0)} = E_n + hf_{1(n)}$$

$$\begin{aligned}
 E_1^{(0)} &= E_0 + hf_{1(0)} \\
 &= 33,333 + 0,2(0,001392844) \\
 &= 33,333 + 0,000278568 \\
 &= 33,33327857
 \end{aligned}$$

$$T_{n+1}^{(0)} = T_n + hf_{2(n)}$$

$$\begin{aligned}
 T_1^{(0)} &= T_0 + hf_{2(0)} \\
 &= 0 + 0,2(0) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$C_{n+1}^{(0)} = C_n + hf_{3(n)}$$

$$\begin{aligned}
 C_1^{(0)} &= 33,333 + 0,2(0,00001) \\
 &= 33,333 + 0,000002 \\
 &= 33,33302
 \end{aligned}$$

Setelah itu dicari nilai :

$$\begin{aligned}
 &f_{1(1)}^{(0)}, f_{2(1)}^{(0)}, \text{ dan } f_{3(1)}^{(0)} \\
 f_{1(1)}^{(0)} &= f_1(t_1, E_1^{(0)}, T_1^{(0)}, C_1^{(0)}) \\
 &= cT_1^{(0)} - \mu E_1^{(0)} + p \frac{E_1^{(0)} C_1^{(0)}}{g+C_1^{(0)}} + s \\
 &= 0,05(0) - \\
 &0,03(33,33327857) + \\
 &0,1245 \frac{33,33327857(33,33302)}{10^5+33,33302} + 1 \\
 &= 0,0013845 \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{2(1)}^{(0)} &= f_2(t_1, E_1^{(0)}, T_1^{(0)}, C_1^{(0)}) \\
 &= rT_1^{(0)}(1 - bT_1^{(0)}) - \frac{aE_1^{(0)} T_1^{(0)}}{g + T_1^{(0)}} \\
 &= 0,18(0)(1 - 10^{-9}(0)) \\
 &\quad - \frac{1(33,33327857)(0)}{10^5 + 0} \\
 &= 0 \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{3(1)}^{(0)} &= f_3(t_1, E_1^{(0)}, T_1^{(0)}, C_1^{(0)}) \\
 &= \frac{pE_1^{(0)} T_1^{(0)}}{g + T_1^{(0)}} + s - \mu C_1^{(0)} \\
 &= \frac{0,1245(33,33327857)(0)}{10^5 + 0} + 1 \\
 &\quad - 0,03(33,33302) \\
 &= 0,0000094 \quad (9)
 \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (7), (8), dan (9) ke dalam masing-masing metode AM (Korektor) berikut:

$$\begin{aligned}
 E_{n+1}^{(1)} &= E_n + hf_{1(n+1)}^{(0)} \\
 E_1^{(1)} &= E_0 + hf_{1(1)}^{(0)} \\
 &= 33,333 + 0,2(0,0013845) \\
 &= 33,3332769
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{n+1}^{(1)} &= T_n + hf_{2(n+1)}^{(0)} \\
 T_1^{(1)} &= T_0 + hf_{2(1)}^{(0)} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{n+1}^{(1)} &= C_n + hf_{3(n+1)}^{(0)} \\
 C_1^{(1)} &= C_0 + hf_{3(1)}^{(0)} \\
 &= 33,333 + 0,2(0,00000) \\
 &= 33,33300188
 \end{aligned}$$

Dihitung galat relatif:

$$\begin{aligned}
 &\frac{|E_1^{(1)} - E_1^{(0)}|}{|E_1^{(1)}|} \\
 &= \frac{|33,3332769 - 33,33327857|}{|33,3332769|} = 5.10^{-8}
 \end{aligned}$$

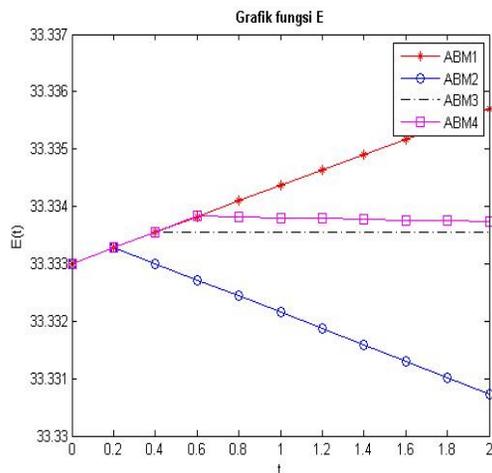
$$\frac{|T_1^{(1)} - T_1^{(0)}|}{|T_1^{(1)}|} = 0$$

$$\frac{|C_1^{(1)} - C_1^{(0)}|}{|C_1^{(1)}|} = \frac{|33,33300188 - 33,33302|}{|33,33300188|} = 5,43 \cdot 10^{-7}$$

Dari hasil tersebut terlihat bahwa galat relatif lebih kecil dari kriteria pemberhentian  $\varepsilon = 10^{-5}$ , sehingga tidak perlu dilakukan pemilihan beda  $h$ , iterasi terus dilakukan sampai 10 iterasi, sedangkan untuk  $n = 2-10$  dapat dilihat nilai  $E_n, T_n$ , dan  $C_n$  pada grafik Hasil Simulasi

**4.2 Hasil Simulasi**

Berikut ini grafik solusi numerik menggunakan *software* Matlab R2009a



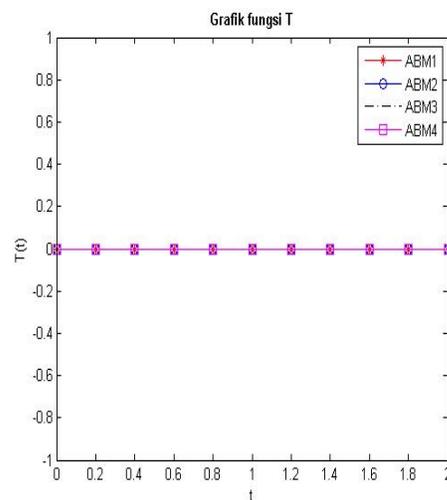
Gambar 2 Grafik Populasi Sel Kekebalan Efektor (E) Per 0,2 Satuan Waktu

Pada Gambar 2 menunjukkan bahwa ketika menggunakan :

1. ABM Orde Satu, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat ke titik maksimum yaitu  $t=2$  satuan waktu.
2. ABM Orde Dua, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat di awal yaitu pada  $t=0,2$  satuan waktu namun beberapa waktu kemudian populasi sel kekebalan efektor akan menurun

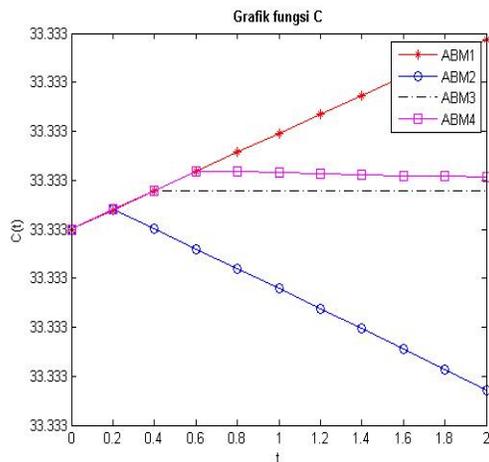
menuju ke titik minimum  $t=2$  satuan waktu.

3. ABM Orde Tiga, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat sampai titik  $t=0,4$  satuan waktu kemudian stabil sampai  $t=2$  satuan waktu.
4. ABM Orde Empat, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat sampai  $t=0,6$  satuan waktu, kemudian stabil dan menurun di akhir waktu yaitu pada  $t=2$  satuan waktu.



Gambar 3 Grafik Populasi Sel Kanker (T) Per 0,2 Satuan Waktu

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa walaupun waktu bertambah tetapi populasi sel kanker tidak ada perubahan yakni tetap bernilai 0 (bebas kanker) yang artinya tidak ada populasi sel kanker ketika menggunakan ABM orde satu, orde dua, orde tiga, dan orde empat.



Gambar 4 Grafik Populasi Molekul Efektor ( $C$ ) Per 0,2 Satuan Waktu

Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa ketika menggunakan :

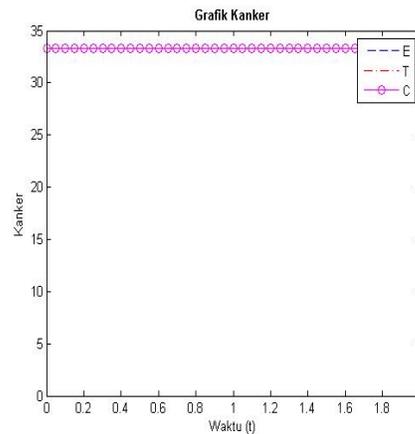
1. ABM Orde Satu, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat ke titik maksimum yaitu  $t=2$  satuan waktu. Peningkatan ini terjadi pada tiap iterasi dengan peningkatan yang sangat kecil sehingga pada grafik tidak terlihat perubahannya.
2. ABM Orde Dua, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat di awal yaitu pada  $t=0,2$  satuan waktu namun beberapa waktu kemudian populasi sel kekebalan efektor akan menurun menuju ke titik minimum  $t=2$  satuan waktu.
3. ABM Orde Tiga, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat sampai titik  $t=0,4$  satuan waktu kemudian stabil sampai  $t=2$  satuan waktu
4. ABM Orde Empat, setiap bertambahnya waktu, populasi sel kekebalan efektor akan meningkat sampai  $t=0,6$  satuan waktu, kemudian stabil dan menurun di akhir waktu yaitu pada  $t=2$  satuan waktu.

Tampilan Gambar 2 dengan Gambar 4 terlihat sama, tetapi berbeda, perbedaannya terletak pada nilai sumbu  $E(t)$  dan nilai sumbu  $C(t)$ . Pada Gambar 2 menjelaskan bahwa nilai sumbu  $E(t)$  berbeda tiap titik, jelas bahwa nilai setiap titik itu berbeda pada suatu sumbu, tetapi tidak demikian pada

Gambar 4, pada Gambar 4 memperlihatkan nilai  $C(t)$  pada semua titik sama yaitu 33,333, hal ini terjadi karena pembulatan menggunakan *software* Matlab R2009a sampai 4 digit angka dibelakang koma. Sehingga dapat dikatakan bahwa walaupun pada nilai sumbu  $C(t)$  terlihat sama, tetapi ada perbedaan nilai dari  $C(t)$ . Karena nilai setiap titik itu berbeda pada suatu sumbu.

### 3.3 Validasi Hasil Simulasi

Validasi hasil simulasi yaitu dengan cara membandingkan hasil dari metode *Adams Bashforth-Moulton* (ABM) dengan nilai eksaknya yang diperoleh dari metode analitik.



Gambar 5 Grafik Populasi Sel Kanker ( $E$ ), Sel Kanker ( $T$ ), dan Molekul Efektor ( $C$ ) Per 0,2 Satuan Waktu Menggunakan Metode Analitik

Pada Gambar 5 menunjukkan hasil analitik dalam 10 iterasi pada populasi sel kanker ( $E$ ) sebagai berikut: 33.3331, 33.3331, 33.3332, 33.3333, 33.3333, 33.3334, 33.3335, 33.3336, 33.3336, 33.3337, sedangkan pada populasi sel kanker ( $T$ ) tidak ada perubahan yakni tetap bernilai 0 dalam 10 iterasi tersebut, sedangkan pada populasi molekul efektor ( $C$ ) juga tidak ada perubahan yakni tetap berada dalam keadaan stabil yaitu 33,333.

Dapat disimpulkan bahwa hasil simulasi yang telah dilakukan valid karena solusi numerik menggunakan metode ABM orde satu, dua, tiga, dan empat pada populasi sel kekebalan efektor ( $E$ ) dan populasi molekul

efektor ( $C$ ) mendekati solusi eksak, sedangkan pada populasi sel kanker ( $T$ ) solusi numeriknya sama dengan solusi eksaknya.

#### 4.3 Cek Konvergensi, Kestabilan, dan Konsistensi

Konvergensi digunakan sebagai parameter (alat estimasi) untuk memperkirakan bilamana problem yang dihadapi memiliki solusi atau jawab yang “mendekati solusi eksak”, dapat diterima dengan prosentase galat tertentu [2]. Dapat disimpulkan bahwa solusi numerik di atas konvergen karena solusi numerik menggunakan metode ABM mendekati solusi eksak dan memiliki prosentase galat yang relatif kecil.

Ada dua kriteria lain yang diasosiasikan dengan kriteria konvergen, yaitu stabilitas dan konsistensi. Stabilitas adalah kondisi perlu dan cukup agar diperoleh solusi konvergen [7], sedangkan konsistensi merupakan kondisi ideal dimana solusi dari metode *Adams Bashfrorth-Moulton (ABM)* sesuai dengan solusi PDB yang diharapkan. Dapat disimpulkan bahwa solusi numerik di atas stabil karena solusi numerik di atas konvergen, dan juga dapat dikatakan konsisten karena solusi numerik di atas mendekati solusi eksak.

#### 5. SIMPULAN

Dari penelitian di atas dapat disimpulkan bahwa metode ABM orde tiga lebih baik dibandingkan metode ABM orde satu, orde dua, dan orde empat pada permasalahan model penyakit kanker, Hal ini dapat dilihat pada grafik simulasi menggunakan ABM orde tiga, pada grafik simulasi ABM orde tiga menunjukkan seiring bertambahnya waktu populasi sel kekebalan efektor ( $E$ ) dan populasi molekul efektor ( $C$ ) semakin meningkat kemudian stabil. Populasi sel kekebalan efektor ( $E$ ) stabil pada angka 33.3336, sedangkan populasi molekul efektor ( $C$ ) stabil pada lingkup angka 33.333, dikatakan berada pada lingkup 33.333 karena perubahan populasi molekul efektor ( $C$ ) tidak dapat diketahui dengan pasti. Sedangkan populasi sel kanker ( $T$ ) tetap bernilai 0 pada

tiap iterasi (stabil) yakni tetap berada dalam kondisi bebas kanker.

#### 6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Apriadi, Prihandono, B., & Noviani, E. (2014). Metode Adams Bashforth-Moulton dalam penyelesaian Persamaan Diferensial Non-Linear. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, 107-116.
- [2] *Intellectual Property Of Dr. Ir. Setijo Bismo, DEA., TGP-FTUI. In Modul.*
- [3] Kementerian Kesehatan RI. (2015). Info Data dan Informasi Kementerian Kesehatan RI. *Stop Kanker*, pp. 1-6.
- [4] Lestari, D. (2013). *Model Matematika Terapi Gen untuk Perawatan Penyakit Kanker*. Yogyakarta : Universitas Negeri Yogyakarta.
- [5] Munir, R. (2010). *Metode Numerik*. Bandung : Informatika Bandung.
- [6] Pertamawati, L. (2013). Aplikasi Kendali Optimum pada Kemoterapi Kanker. In Skripsi. Yogyakarta : Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
- [7] Rohemah, S. (2015). Penyelesaian Model Perpindahan Panas Pada Substrat Asam Nukleat Menggunakan Metode Leapfrog. In Skripsi. Pamekasan : Universitas Islam Madura.
- [8] Yanse, N. M. (2012). Efektivitas Metode Adams Bashforth-Moulton Order Sembilan dalam Menganalisis Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD). In Skripsi. Jember : Universitas Jember.